

کد کنترل

121

A



سه شنبه

۱۴۰۳/۰۲/۱۸



گروه آموزشی ماز

دوره جمع بندی دوپینگ ماز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

دفترچه پاسخ ریاضیات

(مباحث پایه - هندسه ۱ - آمار و احتمال)

ویراستاران	طراحان	مسئول درس	درس
رضا قانع - فرشاد حسنزاده	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان محمد خانگلدی - نوید یکتا	محدثه شیخ علی	ریاضیات

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و

با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هر گونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

اهمیت مباحث ریاضیات پایه در کنکور:

بخش عبارات جبری و معادلات:

تو این بخش آزمون با یہ موضوعاتی کنارتون هستیم از جنس ریاضی، با طعم فیزیک و بوی شیمی!!
تعجب نکنید، فصول این بخش مبنا و پایه ریاضیاته که هر چند به صورت مستقیم خیلی سوال خیز نیست اما در واقع پیش نیاز همه بخش‌های ریاضی و لازمه حل سوالات و مسائل فیزیک و شیمیه.

این بخش‌ها همون کلید گم شده دانش آموزای ما برای موفقیت در حل سوالات ترکیبی ریاضی، فیزیک و شیمیه، که با تسلط رو اینا می‌تونین خیالتون بابت حل مسائل معادله، نامعادله و ... کاملاً راحت باشه .

پیش‌نیازهای مطالعه این بخش کدام مباحث هستند؟

برای یادگیری بهتر این بخش بهتره فصل‌های ۲ و ۴ و ۵ و ۷ از کتاب نهم رو دوره کنید.

این بخش‌ها در کدام قسمت‌ها کاربرد دارد؟

سوالات تابع، لگاریتم و نمایی، مشتق و کاربردش و ... حتی احتمال، همه و همه می‌تونن با این بخش‌ها ترکیب بشن. دیگه نمی‌دونم با چه زبونی بهتون اهمیت تحلیل و بررسی این بخش آزمون رو نشون بدم.

بخش الگو و دنباله:

ما آدم‌ها همواره دنباله این هستیم که پدیده‌های دور و برمون رو بشناسیم و بتونیم کنترلشون کنیم. از این رو همه پدیده‌ها رو به کمک یه الگوی مناسب بیان می‌کنیم تا قابل درک و محاسبه شوند.

پس یکی از رسالت‌های مهم ریاضیات، مدل‌سازی کردن پدیده‌های طبیعی اطرافمون و پی بردن به الگوی نهفته آنهاست و به حدی این موضوع اهمیت داره که برخی معتقدند که ریاضی علم مطالعه الگوها است.

پیش‌نیازهای مطالعه این بخش کدام مباحث هستند؟

برای بخش دنباله هندسی توجه ویژه‌ای به توان و قوانین توان (فصل ۴ نهم) داشته باشین.

این بخش‌ها در کدام قسمت‌ها کاربرد دارد؟

این بخش تقریباً با بخش‌های دیگه ریاضیات ارتباط خاصی نداره اما بعضی از طراحان سعی بر این دارن که سوالات ترکیبی جدیدی از بخش‌های دیگه طرح کنند که از الگوها و دنباله در آن‌ها استفاده شود.

از این بخش‌ها در کنکور سال‌های قبل چه تعداد سوال طرح شده است؟ این سوالات از چه موضوعاتی بوده؟

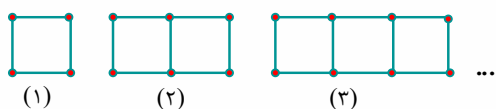
۱۳۹۸	۱۳۹۹	۱۴۰۰	۱۴۰۱	۱۴۰۱ (دی)	۱۴۰۲	۱۴۰۳ (اردیبهشت)
۳	۱	۴	۴	۵	۵	۴
ریشه و توان‌های گویا ریشه‌های معادله درجه دوم معادلات گویا	مجموع جملات دنباله حسابی	ارتباط بین ریشه‌ها نامعادلات گویا دنباله بازگشتی ضابطه یک دنباله	جمله عمومی یک دنباله معادله گویا روابط بین ریشه‌های یک معادله درجه دوم سهمی	جمله عمومی دنباله هندسی ریشه‌های معادله درجه دوم سهمی هندسه مختصاتی معادله گویا	دنباله حسابی و هندسی معادلات درجه دوم و روابط بین ریشه‌های آن روابط بین ریشه‌های معادله درجه دوم معادلات گویا هندسه تحلیلی	دنباله حسابی تابع درجه دوم و صفرهای آن روابط بین ریشه‌های تابع درجه دو معادلات رادیکالی

پیش‌بینی شما برای کنکور سال بعد چیه؟

تو کنکور چند سال گذشته سوالات مستقیم این فصول روند رو به رشدی داشته که این موضوع در سال‌های اخیر کاملاً به چشم می‌خورد و پیش‌بینی میشه در سال‌های بعد هم این روند ادامه داشته باشه.

کلام آخر اینکه با توجه به اهمیت این بخش و ارتباط اون با همه موضوعات دیگه، تحلیل و یادگیری نکات این آزمون از نون شب هم واجب‌تره.

۱- در الگوی زیر، اگر تعداد پاره‌خط‌های شکل n ام را با a_n و تعداد نقاط قرمز شکل $(n+1)$ ام را با b_n نشان دهیم، بزرگ‌ترین عدد دو رقمی دنباله $a_n + b_n$ کدام است؟



- (۱) ۹۵
(۲) ۹۶
(۳) ۹۷
(۴) ۹۸

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۱)

پاسخ تشریحی:

تعداد پاره‌خط‌ها و نقاط شکل‌ها را می‌نویسیم:

شماره شکل	۱	۲	۳	...	n
پاره‌خط	۴	۷	۱۰	...	$۳n+۱$
نقطه	۴	۶	۸	...	$۲n+۲$

$$a_n = 3n + 1$$

$$b_n = 2(n+1) + 2 = 2n + 4$$

$$a_n + b_n = (3n+1) + (2n+4) = 5n+5 = 5(n+1)$$

تعداد پاره‌خط‌های شکل n ام می‌شود a_n ، پس:

تعداد نقاط شکل $(n+1)$ ام می‌شود b_n ، پس:

دنباله $a_n + b_n$ را تشکیل می‌دهیم:

$5(n+1)$ مضرب ۵ است. بزرگ‌ترین عدد دو رقمی مضرب ۵، عدد ۹۵ است.

گروه آموزشی ماز

۲- نقاط $A(0,1)$ و $C(-2,0)$ دو رأس مربع $ABCD$ هستند. کدام نقطه زیر، یکی از رأس‌های B یا D از این مربع است؟

- (۱) $(-2, \frac{5}{4})$ (۲) $(-\frac{1}{4}, -\frac{1}{4})$ (۳) $(-\frac{5}{4}, -\frac{1}{4})$ (۴) $(-\frac{3}{4}, \frac{5}{4})$

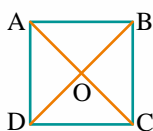
پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

$$O = \frac{A+C}{2} = (-1, \frac{1}{2})$$

$$m_{AC} = \frac{1-0}{0-(-2)} = \frac{1}{2} \Rightarrow m_{BD} = -2$$

$$BD \text{ معادله: } y = -2x - \frac{3}{2}$$



نقطه B (یا D) به صورت $B(x, -2x - \frac{3}{2})$ است.

$$(\sqrt{AB})^2 = AC^2 \Rightarrow 2(x^2 + (-2x - \frac{3}{2})^2) = 4 + 1$$

$$\Rightarrow 10x^2 + 20x + \frac{25}{2} = 5 \Rightarrow 4x^2 + 8x + 3 = 0$$

$$\Rightarrow (2x+1)(2x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = -\frac{1}{2} \Rightarrow (-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}) \\ x = -\frac{3}{2} \Rightarrow y = \frac{3}{2} \end{cases}$$

گروه آموزشی ماز

۳- اگر α و β صفرهای سهمی $y = 4\alpha x^2 + 3x + 9\beta$ و $\alpha > \beta$ باشد، ریشه‌های کدام معادله زیر $2\alpha + \beta$ و $2\alpha - \beta$ است؟

- (۱) $x^2 - 5x + 6 = 0$ (۲) $x^2 + 5x + 6 = 0$ (۳) $x^2 + 6x + 5 = 0$ (۴) $x^2 - 6x + 5 = 0$

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ ، مجموع ریشه‌ها برابر $-\frac{b}{a}$ و حاصل ضرب ریشه‌ها برابر $\frac{c}{a}$ است.

$$\begin{cases} \alpha + \beta = -\frac{3}{4a} \\ \alpha\beta = \frac{9\beta}{4a} \end{cases} \xrightarrow{\beta \neq 0} 4a^2 = 9 \Rightarrow \alpha = \frac{3}{2} \Rightarrow \beta = -2$$

دقت کنید که $\beta = 0$ قابل قبول نیست، چون $\alpha^2 = -\frac{3}{4}$ جواب ندارد.

$$\begin{cases} 2\alpha - \beta = 5 \\ 2\alpha + \beta = 1 \end{cases} \Rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0$$

گروه آموزشی ماز

۴- خط $3x + 2y = 9$ در نقطه $A(3, 0)$ بر دایره‌ای به مرکز $O(a, -\frac{3}{4})$ مماس است. a کدام است؟

$\frac{4}{3}$ (۴)

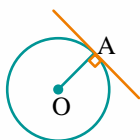
$\frac{2}{3}$ (۳)

$\frac{3}{2}$ (۲)

$\frac{3}{4}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:



شیب خط مماس برابر $-\frac{3}{4}$ است. پس شیب OA برابر $\frac{3}{4}$ است.

$$m_{OA} = \frac{0 + \frac{3}{4}}{3 - a} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{3}{12 - 4a} \Rightarrow 12 - 4a = 4 \Rightarrow a = \frac{2}{4}$$

گروه آموزشی ماز

۵- سهمی $y = mx^2 + mx - 2$ خط $y = m - 2x$ را در دو نقطه متمایز قطع می‌کند. حدود m چند عدد صحیح را شامل نمی‌شود؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ تشریحی:

$$mx^2 + mx - 2 = m - 2x \Rightarrow mx^2 + (m+2)x - 2 - m = 0$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow (m+2)^2 + 4m(2+m) > 0 \Rightarrow (m+2)(m+2+4m) > 0$$

$$m < -2 \text{ یا } m > -\frac{2}{5}$$

پس فقط اعداد صحیح ۲ و ۱- را قبول نمی‌کند.

گروه آموزشی ماز

۶- اگر $x = \alpha$ جواب معادله $\sqrt{x+1} + 6\sqrt[4]{x+1} = 16$ باشد، مقدار $\alpha + \frac{15}{\alpha}$ کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۱۲ (۳) ۹ (۴) ۶

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

فرض کنید $\sqrt[4]{x+1} = t$ باشد:

$$t^2 + 6t = 16 \Rightarrow t^2 + 6t - 16 = 0 \xrightarrow{t^2} t = 2 \Rightarrow \sqrt{x+1} = 2 \Rightarrow x = 15$$

$$\alpha + \frac{15}{\alpha} = 15 + \frac{15}{15} = 16$$

گروه آموزشی ماز

۷- طول یک مستطیل دو واحد بیشتر از دو برابر عرض آن است. اگر مساحت مستطیل ۶۰ باشد، محیط آن کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۱۷ (۳) ۳۲ (۴) ۳۴

پاسخ: گزینه ۴ (آسان - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ تشریحی:

اگر عرض مستطیل برابر x باشد، طول آن برابر $2x + 2$ است.

$$S = x(2x + 2) = 60 \Rightarrow 2x^2 + 2x - 60 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 30 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 6)(x - 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -6 & \text{غ فقی} \\ x = 5 \Rightarrow 2x + 2 = 12 \end{cases}$$

$$\text{محیط} = 2 \times (5 + 12) = 34$$

خواهیم داشت:

گروه آموزشی ماز

۸- مجموعه جواب نامعادله $|5 - 3x| < 1$ شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی شمار

پاسخ: گزینه ۱ (آسان - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ تشریحی:

$$|5 - 3x| < 1 \Rightarrow -1 < 5 - 3x < 1 \Rightarrow -6 < -3x < -4 \Rightarrow \frac{4}{3} < x < 2$$

در این بازه، هیچ عدد صحیحی وجود ندارد.

گروه آموزشی ماز

۹- توان سوم a از توان پنجم آن و ریشه پنجم آن از ریشه سوم آن بزرگ تر است. $a^3 + a$ در کدام بازه قرار دارد؟ ($a < 0$)

- (۱) $(-1, 2)$ (۲) $(-1, +\infty)$ (۳) $(-2, 0)$ (۴) $(-\infty, -2)$

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

نکته:

$$a > 1 \rightarrow \dots < \sqrt[4]{a} < \sqrt[3]{a} < \sqrt{a} < a < a^2 < a^3 < a^4 < \dots$$

$$0 < a < 1 \rightarrow \dots > \sqrt[4]{a} > \sqrt[3]{a} > \sqrt{a} > a > a^2 > a^3 > a^4 > \dots$$

$$-1 < a < 0 \rightarrow \dots < \sqrt[4]{a} < \sqrt[3]{a} < a < a^2 < a^3 < a^4 < \dots$$

$$a < -1 \rightarrow \dots > \sqrt[4]{a} > \sqrt[3]{a} > a > a^2 > a^3 > a^4 > \dots$$

$$\left. \begin{matrix} a^3 > a^5 \\ \sqrt[3]{a} < \sqrt[5]{a} \end{matrix} \right\} \Rightarrow a < -1 \text{ یا } 0 < a < 1 \times$$

$$a < -1 \Rightarrow a^3 < -1 \Rightarrow a^3 + a < -2 \Rightarrow a^3 + a \in (-\infty, -2)$$

خواهیم داشت:

۱۰- بزرگ‌ترین عدد دو رقمی در یک دنباله حسابی برابر ۹۷ و کوچک‌ترین عدد سه رقمی در آن برابر ۱۰۵ است. اگر همه جملات دنباله صحیح باشند، بزرگ‌ترین عدد سه رقمی در این دنباله کدام است؟

۹۹۴ (۴)

۹۹۳ (۳)

۹۹۲ (۲)

۹۹۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰)

پرده بعدی نمایش، دنباله حسابی...

دنباله‌ای که در آن هر جمله (به جز جمله اول) با اضافه شدن عددی ثابت به جمله قبل از خودش به دست می‌آید، یک دنباله حسابی نامیده می‌شود و به آن عدد ثابت، قدرنسبت دنباله می‌گویند. دنباله حسابی همان الگوی خطی است.

$$t_1 = a$$

$$t_2 = t_1 + d = a + d$$

$$t_3 = t_2 + d = a + 2d$$

⋮

$$t_n = t_{n-1} + d = a + (n-1)d$$

پاسخ تشریحی

$$d = 105 - 97 = 8$$

۹۷ و ۱۰۵ دو جمله متوالی دنباله حسابی می‌باشند، بنابراین: اگر ۹۷ را اولین جمله دنباله در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$a_n = 97 + (n-1) \times 8 = 8n + 89$$

$$a_n < 1000 \Rightarrow 8n + 89 < 1000 \Rightarrow n < \frac{911}{8} \Rightarrow n \leq 113$$

$$a_{113} = 97 + 112 \times 8 = 97 + 896 = 993$$

در نتیجه:

گروه آموزشی ماز

۱۱- یک دنباله با جمله اول ۴۷- و قدرنسبت ۳ به صورت حسابی آغاز می‌شود. با شروع جملات مثبت، دنباله با همان قدرنسبت اما به صورت هندسی ادامه می‌یابد. اگر مجموع n جمله اول این دنباله برابر ۲۸- باشد، تعداد جملات مثبت در n جمله اول کدام است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰)

دنباله‌های حسابی و هندسی از زاویه فرمول‌ها:

دنباله حسابی:

$$a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, a_1 + 3d, \dots$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \quad S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

دنباله هندسی:

$$a_1, a_1q, a_1q^2, a_1q^3$$

$$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$$

پاسخ تشریحی

$$a = -47, \quad d = 3$$

دنباله حسابی به صورت مقابل است:

$$a_m = -47 + (m-1) \times 3 = 3m - 50$$

$$a_m < 0 \Rightarrow 3m - 50 < 0 \Rightarrow m \leq 16 \Rightarrow a_{16} = -2$$

آخرین جمله منفی دنباله حسابی:

$$S_{16} = \frac{16}{2}(-47 - 2) = 8 \times (-49) = -392$$

بنابراین مجموع جملات دنباله حسابی برابر خواهد بود با:

اولین جمله مثبت دنباله $1 = 3 + 2 - 2$ می باشد. جملات دنباله هندسی به صورت زیر می باشند:

$$1, 3, 9, 27, \dots \Rightarrow S_k = \frac{1 \times (3^k - 1)}{3 - 1}$$

$$S_n = S_{16} + S_k = -28 \Rightarrow S_k = -28 - S_{16} = -28 + 392 = 364$$

$$S_k = \frac{3^k - 1}{2} = 364 \Rightarrow 3^k = 729 \Rightarrow k = 6$$

می دانیم:

در نتیجه:

گروه آموزشی ماز

۱۲- اگر $x^2 + 5x - 4 = 0$ باشد، حاصل $\frac{16}{x^2} + x^2$ کدام است؟

۳۳ (۴)

۲۷ (۳)

۱۷ (۲)

۱۳ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۴



دو طرف تساوی را بر x تقسیم می کنیم:

$$x^2 + 5x - 4 = 0 \Rightarrow x + 5 - \frac{4}{x} = 0 \Rightarrow x - \frac{4}{x} = -5$$

$$\xrightarrow{\text{توان } 2} x^2 + \frac{16}{x^2} - 8 = 25 \Rightarrow x^2 + \frac{16}{x^2} = 33$$

گروه آموزشی ماز

۱۳- حاصل $(\sqrt{3}-1)^5 \sqrt{4+2\sqrt{3}} (4+2\sqrt{3})^2$ برابر کدام است؟

۳۲ (۴)

۱۶ (۳)

$4 - 2\sqrt{3}$ (۲)

$\sqrt{3} - 1$ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

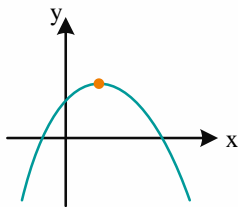


$$P = (\sqrt{3}+1)^4 \sqrt{(\sqrt{3}+1)^2 (\sqrt{3}-1)^5} = (\sqrt{3}+1)^4 (\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)^5$$

$$= (\sqrt{3}+1)^5 (\sqrt{3}-1)^5 = (3-1)^5 = 32$$

گروه آموزشی ماز

۱۴- به ازای چند مقدار صحیح m نمودار سهمی $y = (m-1)x^2 + (m^2 - 2m)x + m + 1$ به صورت مقابل است؟



۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) بی شمار

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

یه خرده در مورد تابع درجه ۲ بیشتر بدونیم...

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

۱) خط تقارن $x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow f(\alpha) = f(\beta) \Rightarrow \frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{-b}{2a} \Rightarrow \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$

۲) $f\left(-\frac{b}{2a}\right) = -\frac{\Delta}{4a}$ ماکزیمم یا مینیمم تابع در رأس رخ می دهد.

۳) $\left\{ \begin{array}{l} a > 0 \Leftrightarrow \text{سهمی رو به بالا} \\ a < 0 \Leftrightarrow \text{سهمی رو به پایین} \end{array} \right. \quad \text{۴) } \left\{ \begin{array}{l} c > 0 \Leftrightarrow \text{عرض از مبدأ مثبت} \\ c < 0 \Leftrightarrow \text{عرض از مبدأ منفی} \end{array} \right.$

۵) $\left\{ \begin{array}{l} b > 0 \Leftrightarrow \text{شیب خط مماس بر سهمی در نقطه تلاقی با محور y ها مثبت} \\ b < 0 \Leftrightarrow \text{شیب خط مماس بر سهمی در نقطه تلاقی با محور y ها منفی} \end{array} \right.$

پاسخ تشریحی

اگر نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ به صورت شکل داده شده باشد، باید: $a < 0, b > 0, c > 0$

$$\left. \begin{array}{l} 1) a < 0 \Rightarrow m - 1 < 0 \Rightarrow m < 1 \\ 2) b > 0 \Rightarrow m^2 - 2m > 0 \Rightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m > 2 \end{cases} \\ 3) c > 0 \Rightarrow m + 1 > 0 \Rightarrow m > -1 \end{array} \right\} \cap \rightarrow -1 < m < 0 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m \in \emptyset$$

بنابراین به ازای هیچ مقدار صحیح m این کار امکان پذیر نیست.

گروه آموزشی ماز

۱۵- ماشینی مسیر ۷۲۰ کیلومتری بین دو شهر را با سرعت ثابت می‌رود. در مسیر برگشت، سرعتش را ۱۰ کیلومتر بر ساعت افزایش می‌دهد. اگر زمان مسیر برگشت ۴۸ دقیقه از زمان مسیر رفت کوتاه‌تر باشد، سرعت ماشین در مسیر رفت کدام است؟

- ۱) $75 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ۲) $80 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ۳) $90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ۴) $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی

$$720 = vt \rightarrow t = \frac{720}{v}$$

مسافت: ۷۲۰
سرعت: v
زمان: t
مسیر رفت

$$720 = (v + 10) \left(t - \frac{4}{60} \right) \rightarrow t = \frac{720}{v + 10} + \frac{4}{60}$$

مسافت: ۷۲۰
سرعت: $v + 10$
زمان: $t - \frac{4}{60}$
مسیر برگشت

$$\downarrow$$

$$48 \text{ min} = \frac{48}{60} \text{ h} = \frac{4}{5} \text{ h}$$

دو مقدار بدست آمده برای t را برابر قرار می‌دهیم:

$$\frac{720}{v} = \frac{720}{v + 10} + \frac{4}{60} \xrightarrow{\div 4} \frac{180}{v} = \frac{180}{v + 10} + \frac{1}{15} \xrightarrow{\times 15v(v+10)} 900(v+10) = 900v + v(v+10)$$

$$\rightarrow v^2 + 10v - 9000 = 0 \rightarrow (v + 100)(v - 90) = 0 \xrightarrow{v > 0} v = 90$$

سرعت ماشین در مسیر رفت را v گرفته بودیم که $90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ شد.

گروه آموزشی ماز

x	b	c
P	-	+

۱۶- اگر جدول تعیین علامت $P(x) = (2x - 1)(x^2 - 2x + a)$ به صورت مقابل باشد، $a - b + c$ کدام است؟

- ۱) $1/5$ ۲) $1/75$ ۳) 2 ۴) $2/25$

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۴)

نکته

عبارت $P(x)$ در ریشه‌های ساده تغییر علامت داده، اما در ریشه‌های مضاعف تغییر علامت نمی‌دهد.

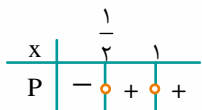
پاسخ تشریحی

با توجه به جدول، $x = b$ ریشه مضاعف $P(x)$ است. دو حالت وجود دارد:

۱) $x^2 - 2x + a = 0$ ریشه مضاعف داشته باشد:

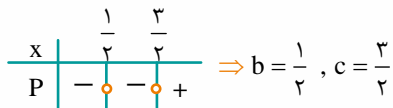
$$\Delta = 0 \Rightarrow 4 - 4a = 0 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow P(x) = (2x - 1)(x - 1)^2$$

در این حالت جدول تعیین علامت به صورت مقابل می‌شود. اما این جدول تعیین علامت با صورت سوال مغایرت دارد. در نتیجه این حالت قابل قبول نیست.



$x = \frac{1}{2}$ ریشه $x^2 - 2x + a = 0$ باشد:

$(\frac{1}{2})^2 - 1 + a = 0 \Rightarrow a = \frac{3}{4} \Rightarrow P(x) = (2x - 1)(x^2 - 2x + \frac{3}{4}) = (2x - 1)(x - \frac{1}{2})(x - \frac{3}{2}) = (x - \frac{1}{2})^2 (2x - 3)$



$a - b + c = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{7}{4} = 1.75$

خواهیم داشت:

گروه آموزشی ماز

۱۷- جواب نامعادله $\frac{x^2 - 7x + 10}{x^6 - 1} \leq 0$ شامل چند عدد صحیح است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

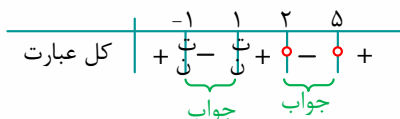


صورت و مخرج را تجزیه می‌کنیم:

$$\frac{x^2 - 7x + 10}{x^6 - 1} \leq 0 \rightarrow \frac{(x-2)(x-5)}{(x^2-1)(x^4+x^2+1)} \leq 0 \rightarrow \frac{(x-2)(x-5)}{(x-1)(x+1)(x^4+x^2+1)} \leq 0$$

همواره مثبت

جدول تعیین علامت می‌کشیم:



$(-1, 1) \cup [2, 5]$
 $\{0, 2, 3, 4, 5\}$

قسمت‌های کوچک‌تر یا مساوی صفر در جدول، جواب نامعادله است:
این محدوده شامل ۵ عدد صحیح است:

گروه آموزشی ماز

۱۸- نقاط $A(2, -1)$ ، $B(3, 2)$ و $C(a, -3)$ رئوس مثلث به مساحت ۲ می‌باشند. a کدام است؟

$\frac{2}{3}$ یا -2 (۴)

$-\frac{2}{3}$ یا 2 (۳)

$-\frac{1}{3}$ یا 0 (۲)

$\frac{1}{3}$ یا 0 (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱



مساحت مثلثی که سه رأس آن A ، B و C باشد از رابطه زیر قابل محاسبه است:

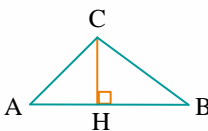
$S = \frac{1}{2} |(bx + an + my) - (nx + bm + ay)|$

روش اول:

طول ضلع AB و ارتفاع CH را به دست می‌آوریم.

$AB = \sqrt{(3-2)^2 + (2+1)^2} = \sqrt{10}$

معادله ضلع AB : $y - 2 = \frac{2 - (-1)}{3 - 2} (x - 2) \Rightarrow y - 3x + 7 = 0$



$$\Rightarrow CH = \frac{|-3-3a+7|}{\sqrt{1+9}} = \frac{|4-3a|}{\sqrt{10}}$$

خواهیم داشت:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times CH = \frac{1}{2} \times \sqrt{10} \times \frac{|4-3a|}{\sqrt{10}} = 2 \Rightarrow |4-3a| = 4 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = \frac{8}{3} \end{cases}$$

روش دوم:

روش بندکشی:

$$\Rightarrow S = \frac{1}{2} |(\underbrace{4-9-a}_{-1} - (-\underbrace{6+2a-3}_{-1}))| = \frac{1}{2} |-3a+4| = 2 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = \frac{8}{3} \end{cases}$$

گروه آموزشی ماز

۱۹- α و β صفرهای سهمی $y=f(x)$ به رأس $(13, 49)$ می باشند. اگر $\sqrt[3]{\alpha} + \sqrt[3]{\beta} = 2$ باشد، $f(1)$ کدام است؟

-۵۲ (۴)

۵۲ (۳)

-۱۳ (۲)

۱۳ (۱)

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

دوستان، تشکیل معادله درجه ۲ با استفاده از مجموع و حاصل ضرب ریشه ها رو بلدید؟

اگر α و β ریشه های معادله درجه ۲ باشند، آن گاه معادله درجه ۲ به صورت زیر خواهد بود:

$$S = \alpha + \beta \quad P = \alpha\beta$$

$$(x - \alpha)(x - \beta) = 0 \Rightarrow x^2 - Sx + P = 0$$

پاسخ تشریحی:

طول رأس سهمی برابر ۱۳ است. بنابراین $\alpha + \beta = 26$ می باشد.

$$\sqrt[3]{\alpha} + \sqrt[3]{\beta} = 2 \xrightarrow{\text{توان ۳}} \underbrace{\alpha + \beta}_{26} + 3\sqrt[3]{\alpha\beta}(\underbrace{\sqrt[3]{\alpha} + \sqrt[3]{\beta}}_2) = 8$$

$$\Rightarrow 6\sqrt[3]{\alpha\beta} = -18 \Rightarrow \sqrt[3]{\alpha\beta} = -3 \Rightarrow \alpha\beta = -27$$

$$f(x) = a(x^2 - Sx + P) = a(x^2 - 26x - 27) = a(x+1)(x-27)$$

خواهیم داشت:

$$f(13) = 49 \Rightarrow a(14)(-14) = 49 \Rightarrow a = -\frac{1}{4}$$

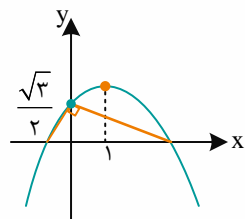
می دانیم:

$$f(x) = -\frac{1}{4}(x+1)(x-27) \Rightarrow f(1) = -\frac{1}{4}(2)(-26) = 13$$

در نتیجه:

گروه آموزشی ماز

۲۰- نمودار سهمی $y=f(x)$ به صورت مقابل است. $f(3)$ کدام است؟

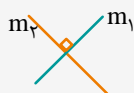


$$-\frac{3\sqrt{3}}{2} \quad (1)$$

$$-\sqrt{2} \quad (2)$$

$$-\sqrt{3} \quad (3)$$

$$-\frac{2\sqrt{3}}{3} \quad (4)$$



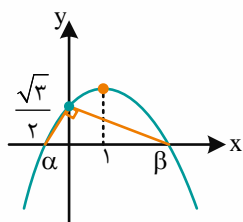
رابطه شیب‌های دو خط عمود بر هم رو که دیگر می‌دونید چیه؟!

$$m_1 \cdot m_2 = -1$$

روش اول:

α و β صفرهای سهمی می‌باشند. طول رأس سهمی برابر ۱ است.

$$\frac{\alpha + \beta}{2} = 1 \Rightarrow \alpha + \beta = 2$$



دو پاره‌خط رسم شده بر هم عمودند.

$$\left. \begin{aligned} \text{شیب پاره‌خط سمت چپ} = m &= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\alpha} = \frac{-\sqrt{3}}{2\alpha} \\ \text{شیب پاره‌خط سمت راست} = m' &= \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{\beta} = \frac{-\sqrt{3}}{2\beta} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{mm' = -1} \frac{3}{4\alpha\beta} = -1 \Rightarrow \alpha\beta = -\frac{3}{4}$$

$$f(x) = a(x^2 - 2x - \frac{3}{4}) \xrightarrow{f(0) = \frac{\sqrt{3}}{2}} -\frac{3}{4}a = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow a = -\frac{2}{\sqrt{3}}$$

بنابراین:

$$f(2) = -\frac{2}{\sqrt{3}}(9 - 6 - \frac{3}{4}) = -\frac{2}{\sqrt{3}} \times (\frac{9}{4}) = -\frac{3\sqrt{3}}{2}$$

خواهیم داشت:

روش دوم:

در مثلث قائم‌الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر واسطه هندسی قطعات جدا شده بر روی وتر است.

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = |\alpha||\beta| \xrightarrow{\alpha\beta < 0} \alpha\beta = -\frac{3}{4}$$

ادامه حل مانند روش اول است.

اهمیت مباحث هندسه در کنکور:

خب رسیدیم به هندسه!

امیدواریم تا الان خوب پیش رفته باشید. ۲ تا از فصل‌های کتاب هندسه ۱ رو در اینجا داریم. اولی ترسیم‌های هندسی و استدلال هستش که باید تمرکزتون بیشتر روی ترسیم‌های هندسی باشه تا استدلال و فصل دوم هم قضیه تالس و تشابه هست. این فصل هم به بخش داره به نام نسبت و تناسب که زیاد چیز خاصی نداره، اما بخش‌های بعدیش یعنی تالس و تشابه کاربردی و معمولاً با فصل ۳ هندسه و فصل ۱ هندسه ۲ ترکیب میشه.

پیش‌نیازهای مطالعه این بخش‌ها کدام مباحث می‌باشند؟

برای اینکه رو مباحث این بخش‌ها، بهتر مسلط بشی می‌تونی فصل ۳ کتاب نهم رو به مرور بکنی.

این دو فصل در کدام قسمت‌ها کاربرد دارد؟

همون‌طور که در بالا هم توضیح دادیم به احتمال بسیار زیاد، مباحث این بخش (مخصوصاً فصل دوم) را در ترکیب با فصل ۳ هندسه ۱ و فصل ۱ هندسه ۲ ببینید.

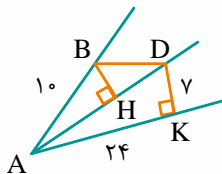
از این بخش‌ها، در کنکور سال‌های قبل چه تعداد سوال آمده است؟

۱۳۹۸	۱۳۹۹	۱۴۰۰	۱۴۰۱	۱۴۰۱ (دی)	۱۴۰۲	۱۴۰۳ (اردیبهشت)
۲	۷	۲	۲	۲	۲	۴
عکس تالس (ترکیب با فصل ۳ هندسه ۱) تالس (ترکیب با فصل ۳ هندسه ۱)	ترسیم هندسی (ترکیب با فصل ۳ هندسه ۱) تالس و تشابه (ترکیب با فصل ۳ هندسه ۱) تالس و تشابه (ترکیب با فصل ۳ هندسه ۱) تالس و تشابه (ترکیب با فصل ۳ هندسه ۱) تالس و تشابه (ترکیب با فصل ۱ هندسه ۲) تالس و تشابه (ترکیب با فصل ۱ هندسه ۲) فیتاغورس	تالس و تشابه (ترکیب با فصل ۲ هندسه ۲) تالس و تشابه (ترکیب با فصل ۳ هندسه ۱)	ترسیم‌های هندسی روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه	تالس و تشابه تالس و تشابه	تشابه تشابه	خواص نیمساز (ترسیم‌های هندسی) تشابه تشابه (ترکیب با فصل ۳ هندسه ۱) روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه

پیش‌بینی شما برای کنکور سال بعد چیه؟

همان‌طور که از جدول نیز معلوم است تعداد سوالات مستقیم مطرح شده از این دو فصل در کنکور سال‌های اخیر به شدت افزایش یافته است. می‌توان انتظار ۲ یا ۴ سوال از این دو فصل را داشت.

۲۱- در شکل مقابل، AD نیمساز زاویه A است. اگر $AB=10$ ، $AK=24$ ، $DK=7$ باشد، اندازه BH کدام است؟



- ۴ (۱)
- ۳/۵ (۲)
- ۲/۸ (۳)
- ۱/۶ (۴)

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۱)

ویژگی معروف نیمساز چیه؟

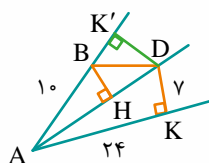
هر نقطه روی نیمساز از دو ضلع زاویه به یک فاصله است.



در مثلث قائم الزاویه ADK داریم:

$$AD^2 = AK^2 + DK^2 \xrightarrow{\substack{DK=7 \\ AK=24}} AD = 25$$

$$DK = KD' = 7$$



D روی نیمساز زاویه A قرار دارد، پس:

در نتیجه مساحت مثلث ABD برابر است با:

$$S_{\triangle ABD} = \frac{DK' \times AB}{2} = \frac{7 \times 10}{2} = 35$$

از طرفی، مساحت $\triangle ABD$ برابر است با:

$$S_{\triangle ABD} = \frac{BH \times AD}{2} \Rightarrow 35 = \frac{BH \times 25}{2} \Rightarrow BH = \frac{70}{25} = \frac{2}{8}$$

گروه آموزشی ماز

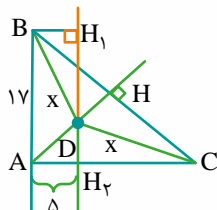
۲۲- در مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین ABC که $\angle A = 90^\circ$ است، طول ساق 17 است. نقطه D درون مثلث روی عمود منصف وتر BC و به فاصله 5 از ساق AB است. فاصله این نقطه از رأس B چقدر است؟

- ۱۳ (۴)
- ۱۲ (۳)
- ۷ (۲)
- ۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ (سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۱)



با توجه به متساوی الساقین بودن مثلث، عمود منصف ضلع BC از رأس A می‌گذرد، خط H_1H_2 به فاصله 5 سانتی‌متر از AB موازی با آن رسم شده است تا D خط AH را قطع کند.



در مثلث BH_1D : $\hat{H}_1 = 90^\circ, BH_1 = 5, BD = x, DH_1 = y$

در مثلث CDH_2 : $\hat{H}_2 = 90^\circ, DH_2 = 17 - y, H_2C = 17, DC = x$

$$\begin{cases} \triangle BH_1D : y^2 + 5^2 = x^2 \\ \triangle CDH_2 : (17 - y)^2 + 17^2 = x^2 \end{cases} \Rightarrow y = 12, x = 13$$

گروه آموزشی ماز

۲۳- طول اضلاع مثلث $\triangle ABC$ ، $AB=5$ و $AC=12$ و $BC=13$ است. از هر کدام از رئوس A ، B و C خطی موازی ضلع‌های روبه‌رو به آن‌ها رسم می‌کنیم. مثلث حاصل را $\triangle A'B'C'$ می‌نامیم، طوری که $B'C'$ موازی BC و $A'C'$ موازی AC باشد. عمودمنصف‌های $B'C'$ و $A'C'$ را رسم کرده تا در M یکدیگر را قطع کنند. فاصله نقطه M از B کدام است؟

۶/۵ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۲/۵ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۲

کلکسیونی از نکات در مورد مثلث قائم‌الزاویه:

نکته ۱:

اگر در مثلثی رابطه فیثاغورس برقرار بود، مثلث قائم‌الزاویه است.

نکته ۲:

معروف‌ترین حالت برای طول ضلع‌های مثلث قائم‌الزاویه:

$3k, 4k, 5k$ (۲)

$3k, 4k, 5k$ (۱)

نکته ۳:

نقطه هم‌مرسی ارتفاع‌ها در مثلث قائم‌الزاویه رأس قائمه است.

نکته ۴:

اگر از هر رأس یک مثلث خطی موازی ضلع روبه‌رو به آن رسم کنیم، مثلثی حاصل می‌شود که به ۴ قسمت هم‌نهشت افراز شده است و عمودمنصف‌های اضلاع آن ارتفاع‌های مثلث اولیه است.

پاسخ تشریحی:

طبق نکته ۱ و ۲ مثلث $\triangle ABC$ قائم‌الزاویه است، طبق نکته ۴ نقطه هم‌مرسی عمودمنصف‌های $A'B'C'$ نقطه هم‌مرسی ارتفاعات $\triangle ABC$ است و طبق نکته ۳، نقطه هم‌مرسی ارتفاعات مثلث قائم‌الزاویه $\triangle ABC$ رأس قائمه آن که در اینجا A است می‌باشد. یعنی نقطه M همان A است و فاصله M از B برابر است با AB یعنی ۵.

گروه آموزشی ماز

۲۴- در مثلث متساوی‌الساقین $\triangle ABC$ زاویه $\hat{A} = 120^\circ$ و $BC=6$ سانتی‌متر است. عمودمنصف AB ضلع BC را در D قطع می‌کند. مساحت مثلث $\triangle ADC$ کدام است؟

$4\sqrt{3}$ (۴)

$6\sqrt{2}$ (۳)

$2\sqrt{3}$ (۲)

$3\sqrt{2}$ (۱)

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۲

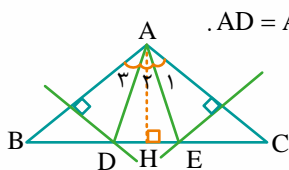
خب، رسیدیم به ویژگی عمودمنصف...

هر نقطه روی عمودمنصف از دو سر پاره‌خط به یک فاصله است.

پاسخ تشریحی:

عمودمنصف AC را هم رسم می‌کنیم تا BC را در نقطه E قطع کند. با توجه به متساوی‌الساقین بودن $\triangle ABC$ و $\hat{A} = 120^\circ$ داریم: $\hat{B} = \hat{C} = 30^\circ$. از طرفی، مثلث‌های $\triangle AEC$ و $\triangle BDA$ متساوی‌الساقین هستند (چون D و E به ترتیب روی عمودمنصف AC و AB است)، پس: $\hat{A}_1 = \hat{A}_3 = 30^\circ$ ، یعنی $\hat{A}_2 = 60^\circ$.

واضح است که دو مثلث $\triangle ADB$ و $\triangle ACE$ هم‌نهشت هستند (دو زاویه $\hat{A}_1 = \hat{A}_3$ و $\hat{C} = \hat{B}$ و ضلع بین $AC = AB$)، پس $AD = AE$.



پس مثلث $\triangle AED$ یک مثلث متساوی‌الساقین با زاویه رأس 60° است، یعنی متساوی‌الاضلاع است و داریم:

$$AE = AD = DE \xrightarrow{\substack{AE=EC \\ AD=DB}} BD = DE = EC = \frac{6}{3} = 2$$

$$\Rightarrow DC = DE + EC = 2 + 2 = 4$$

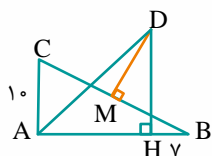
از طرفی، ارتفاع AH مثلث متساوی الاضلاع ADE نیز می باشد و برابر است با $\frac{\sqrt{3}}{2}$ اندازه یک ضلع آن. پس:

$$AH = \frac{\sqrt{3}}{2} AE = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 = \sqrt{3}$$

$$S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} AH \times DC = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 4 = 2\sqrt{3}$$

گروه آموزشی ماز

۲۵- در مثلث قائم الزاویه ABC که $\angle A = 90^\circ$ است، عمود منصف وتر و نیمساز A یکدیگر را در D قطع می کنند. از D بر AB عمود می کنیم. اگر $BH = 7$ و $AC = 10$ باشد، طول AM کدام است؟



۱۰ (۱)

۱۲ (۲)

۱۳ (۳)

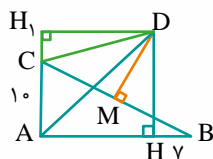
۱۵ (۴)

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

یه نکته ریز و جذاب، ببینید!

میانه وارد بر وتر در هر مثلث قائم الزاویه نصف طول وتر است.



AD نیمساز زاویه A است، پس: $\angle ADH_1 = \angle ADH$ (*)

MD عمود منصف BC است، پس: $DC = DB$

$\angle H_1 = \angle H = 90^\circ$ ، پس دو مثلث H_1CD و HBD هم نهشت هستند. در نتیجه: $CH_1 = BH = 7$.

دو مثلث ADH_1 و ADH هم با هم هم نهشتند، چون:

$$\begin{cases} \angle H = \angle H_1 = 90^\circ \\ AD \text{ مشترک} \Rightarrow AH = AH_1 = 17 \\ DH = DH_1 (*) \end{cases}$$

$$\Rightarrow AB = AH + BH = 17 + 7 = 24$$

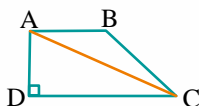
$$AC = 10, AB = 24 \Rightarrow BC = 26$$

در مثلث قائم الزاویه ABC داریم:

میانه وارد بر وتر نصف وتر است، پس: $AM = 13$

گروه آموزشی ماز

۲۶- در ذوزنقه قائم الزاویه مقابل از B خطی موازی AC رسم کرده ایم تا امتداد AD را در E قطع کند. اگر امتداد BC و AD نیز یکدیگر را در F قطع کنند و $AE = EF = 2$ و $AB = 3$ باشد، اندازه DC کدام است؟



۳ / ۵ (۱)

۴ (۲)

۵ (۳)

۶ (۴)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

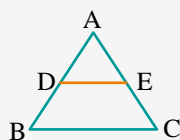
این شما و این هم قضیه تالس:

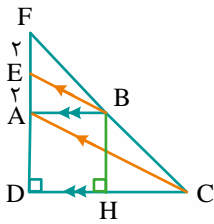


اگر $DE \parallel BC$ باشد:

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \text{ نتیجه}$$





$$\triangle AFC : BE \parallel AC \Rightarrow \frac{EF}{EA} = \frac{FB}{BC} \Rightarrow \frac{FB}{BC} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\triangle FCD : AB \parallel CD \Rightarrow \frac{AF}{AD} = \frac{FB}{BC} \Rightarrow \frac{AF}{AD} = 1$$

$$\Rightarrow AD = AF = 4$$

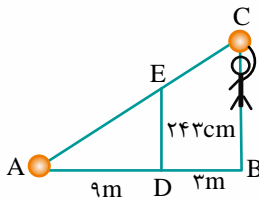
$$\triangle FCD : AB \parallel CD \Rightarrow \frac{DC}{AB} = \frac{DF}{AF} = \frac{8}{4} \Rightarrow DC = 6$$

گروه آموزشی ماز

۲۷- ابعاد زمین والیبال ۹ متر در ۱۸ متر است که توسط خط میانی دو مربع ۹×۹ تفکیک می شود و تور والیبال با ارتفاع ۲۴۳ سانتی متر روی خط وسط است. یک بازیکن با قد ۲ متر و در فاصله ۳ متری تور به هوا می پرد و توپی که در ارتفاع ۴۰ سانتی متر بالای سرش است را با ضربه آبشاری مماس بر تور روانه زمین حریف می کند و توپ روی خط انتهایی زمین می نشیند. این بازیکن برای ضربه زدن چقدر به هوا پریده است؟
 (۱) ۷۶ سانتی متر (۲) ۱۰۲ سانتی متر (۳) ۸۴ سانتی متر (۴) ۶۳ سانتی متر

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳



$$\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE} \Rightarrow \frac{12}{9} = \frac{x}{243} \Rightarrow x = \frac{4 \times 243}{3} \Rightarrow x = 324$$

$$x = \text{قد} + \text{پرش} = 40$$

$$324 = \text{پرش} + 200 + 40 \Rightarrow \text{پرش} = 84$$

گروه آموزشی ماز

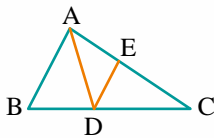
۲۸- در شکل مقابل، AD نیمساز و DE || AB است. AB = ۶، AC = ۱۲، اگر DC = ۱۰ باشد، BD کدام است؟

(۱) ۵

(۲) ۷/۵

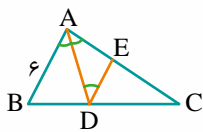
(۳) ۱۰

(۴) ۲/۵



(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۱



$$\hat{B}AD = \hat{A}DE \quad (1)$$

با توجه به اینکه $ED \parallel AB$ است و AD مورب، داریم:

از آنجایی که AD نیمساز است: $\hat{B}AD = \hat{D}AE$ (۲) می باشد.

$$(1), (2) \Rightarrow \hat{D}AE = \hat{E}DA \Rightarrow \triangle ADE \text{ متساوی الساقین} \Rightarrow AE = ED$$

در مثلث ABC می دانیم $DE \parallel AB$ است، طبق قضیه تالس داریم:

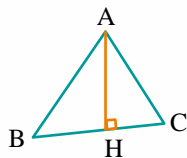
$$\frac{CE}{CA} = \frac{ED}{AB} \xrightarrow{\substack{AB=6, ED=EA \\ CE=12-EA, CA=12}} \frac{12-EA}{12} = \frac{EA}{6} \Rightarrow EA = 4$$

حالا یک بار دیگر از تالس استفاده می کنیم:

$$\frac{CD}{DB} = \frac{CE}{AE} \Rightarrow \frac{10}{DB} = \frac{8}{4} \Rightarrow DB = 5$$

گروه آموزشی ماز

۲۹- در مثلث مقابل، $AC=13$ ، $AB=15$ ، $BC=14$ است. اگر ارتفاع آن باشد، اندازه BH کدام است؟



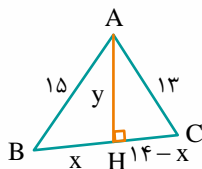
- ۷/۵ (۱)
- ۸ (۲)
- ۱۰ (۳)
- ۹ (۴)

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی:

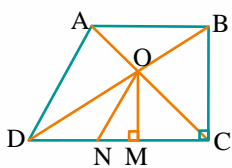
طبق قضیه فیثاغورس:



$$\begin{cases} 15^2 = x^2 + y^2 \\ 13^2 = (14-x)^2 + y^2 \end{cases} \xrightarrow{(-)} 15^2 - 13^2 = x^2 - (14-x)^2 \Rightarrow x = 9$$

گروه آموزشی ماز

۳۰- در دوزنقه قائم‌الزاویه مقابل، O محل برخورد قطرهای $OM \perp DC$ و $ON \parallel AD$ است. اگر $AB=5$ و $DC=7$ باشد، اندازه NM کدام است؟



- $\frac{7}{6}$ (۲)
- $\frac{4}{3}$ (۴)

- $\frac{6}{7}$ (۱)
- $\frac{3}{4}$ (۳)

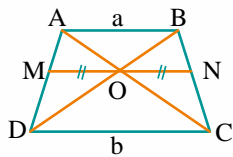
(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

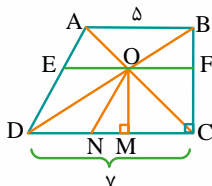
پاسخ تشریحی:

می‌دانیم که اگر از محل تلاقی دو قطر دوزنقه، پاره‌خطی موازی با هر دو قاعده دوزنقه رسم کنیم به طوری که این پاره‌خط محدود بین هر دو ساق دوزنقه باشد، در این صورت داریم:

$$OM = ON = \frac{ab}{a+b}$$



$$OF = OE = ND = \frac{AB \times DC}{AB + DC} = \frac{5 \times 7}{5 + 7} = \frac{35}{12}$$



بنابراین در این سوال، داریم:

از طرفی، می‌دانیم که طول ضلع DC برابر ۷ است، پس:

$$DC = ND + NM + MC \Rightarrow 7 = \frac{35}{12} + NM + \frac{35}{12} \Rightarrow NM = 7 - \frac{70}{12} = \frac{7}{6}$$

گروه آموزشی ماز

اهمیت مباحث آمار و احتمال در کنکور:

مازیها!! آمار و احتمال داشته باشین!

بدون مقدمه توضیحات این فصل از درس آمار و احتمال رو شروع می‌کنیم. این بخش شامل ۳ قسمت اصلی هست:

درس (۱) آشنایی با منطق ریاضی

درس (۲) مجموعه‌ها و زیرمجموعه‌ها

درس (۳) قوانین بین مجموعه‌ها

هر ۳ قسمت فصل در واقع به جورایی مهارت کار با مجموعه‌ها را از ما می‌خواد.

همیشه وقتی این فصل تموم میشه این حس بهمون دست می‌ده که ای کاش اول مجموعه‌ها و قوانین بین مجموعه‌ها (جبر مجموعه‌ها) توی کتاب قرار می‌گرفت.

اینجوری فهم بهتری برای منطق ریاضی رو حس می‌کردیم. چون به جورایی وقتی مثلاً صحبت از نقیض p ($\sim p$) میشه، انگار داریم در مورد A' صحبت می‌کنیم. پس

اگر توی ساده کردن عبارت‌های مربوط به جبر گزاره‌ها مشکل داری، بهتره با دید جبر مجموعه‌ها به جنگ مسأله بری.

پیش‌نیازهای مطالعه این بخش‌ها کدام مباحث می‌باشند؟

برای یادگیری بهتر این بخش، بهتره فصل اول کتاب نهم رو دوره کنید.

این فصل در کدام قسمت‌ها کاربرد دارد؟

برای حل برخی سوالات بخش احتمال به جبر مجموعه‌ها نیاز دارید. همچنین در فصل‌های نظریه اعداد (۱) و ترکیبیات (۳) ریاضیات گسسته هم جسته گریخته به

افراز مجموعه‌ها نیاز پیدا می‌کنید.

از این بخش‌ها، در کنکور سال‌های قبل چه تعداد سوال آمده است؟

۱۴۰۳ (اردیبهشت)	۱۴۰۲	۱۴۰۱ (دی)	۱۴۰۱	۱۴۰۰	۱۳۹۹	۱۳۹۸
۱	۲	۲	۳	۲	۴	۳
آشنایی با منطق ریاضی	ضرب دکارتی با آشنایی با منطق ریاضی	جبر مجموعه‌ها آشنایی با منطق ریاضی	ضرب دکارتی جبر مجموعه‌ها آشنایی با منطق ریاضی	آشنایی با منطق ریاضی (ترکیب شده با بخش احتمال) جبر مجموعه‌ها	جبر مجموعه‌ها جبر مجموعه‌ها ضرب دکارتی آشنایی با منطق ریاضی	تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه آشنایی با منطق ریاضی سورها

پیش‌بینی شما برای کنکور سال بعد چیه؟

با توجه به روند یاد شده در سال‌های گذشته، انتظار می‌رود ۱ یا ۲ سوال از این فصل در کنکور آینده داشته باشیم. تنوع سوالات در سال‌های قبل به گونه‌ای بوده که

انتظار یک سوال مستقیم از بخش درس ۱ فصل، (آشنایی با منطق ریاضی) را می‌توان داشت.

۳۱- از گزاره‌های زیر چند گزاره همواره درست است؟

الف: $p \Rightarrow (p \vee q)$ ب: $(p \wedge q) \Rightarrow p$ پ: $(p \Rightarrow q) \vee p$ ت: $\sim p \Rightarrow (p \Rightarrow q)$

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

انتفای مقدم!

هر عبارت شرطی به انتفای مقدم درست است. عبارت گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ به انتفای مقدم است، یعنی اگر p گزاره‌ای نادرست باشد، $p \Rightarrow q$ یک گزاره درست است.



p	q	$\sim p$	$p \vee q$	$p \wedge q$	$p \Rightarrow q$	الف $p \Rightarrow (p \vee q)$	ب $(p \wedge q) \Rightarrow p$	پ $(p \Rightarrow q) \vee p$	ت $\sim p \Rightarrow (p \Rightarrow q)$
د	د	ن	د	د	د	د	د	د	د
د	ن	ن	د	ن	ن	د	د	د	د
ن	د	د	د	ن	د	د	د	د	د
ن	ن	د	ن	ن	د	د	د	د	د

گروه آموزشی ماز

۳۲- نقیض گزاره $p \Leftrightarrow q$ کدام است؟

۱) $\sim p \Leftrightarrow (\sim q)$ ۲) $p \Leftrightarrow (\sim q)$ ۳) $\sim q \Leftrightarrow (\sim p)$ ۴) $((\sim p) \Rightarrow q) \wedge ((\sim q) \Rightarrow p)$

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

گزاره‌های شرطی چی بودند!؟

$p \Leftrightarrow q$ با $((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p))$ هم‌ارز است و وقتی درست است که p و q ارزش یکسان داشته باشند. نقیض آن، هم می‌تواند $p \Leftrightarrow (\sim q)$ باشد هم می‌تواند $(\sim p) \Leftrightarrow q$ باشد.



اگر p و q هر دو درست باشند $p \Leftrightarrow q$ درست و نقیض آن نادرست می‌شود ولی اگر p و q درست باشند، گزینه‌های ۱ و ۳ و ۴ درست می‌شود. پس جواب نیستند.

گروه آموزشی ماز

۳۳- نقیض گزاره $\exists x; p(x) \Rightarrow q(x)$ کدام است؟

۱) $\exists x; \sim q(x) \Rightarrow \sim p(x)$ ۲) $\forall x; \sim p(x) \vee q(x)$
۳) $\exists x; p(x) \Rightarrow \sim q(x)$ ۴) $\forall x; \sim q(x) \wedge p(x)$

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

دو تانکته جهن دار رو اینجامی بینید!

نکته ۱: $\sim (\exists x; p(x)) \equiv \forall x; \sim p(x)$ و $\sim (\forall x; p(x)) \equiv \exists x; \sim p(x)$

نکته ۲: $\sim (p \Rightarrow q) \equiv q \wedge \sim p$



طبق نکته ۱ درسنامه داریم:

$\sim (\exists x; p(x) \Rightarrow q(x)) \equiv \forall x; \sim (p(x) \Rightarrow q(x))$

و طبق نکته ۲ درسنامه داریم:

$\forall x; \sim (p(x) \Rightarrow q(x)) \equiv \forall x; \sim q(x) \wedge p(x)$

گروه آموزشی ماز

۳۶- اگر $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ باشد، از گزاره‌های زیر چند تا نادرست است؟

- الف: $\emptyset \in A$ ب: $\emptyset \subseteq A$ ج: $\{\emptyset\} \subseteq A$ د: $\{\emptyset\} \in A$ ه: $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \in A$ و: $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \subseteq A$
- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶

پاسخ: گزینه ۱ (آسان - مفهومی - ۱۱۰۱)

در اینجا تفاوت عضویت و زیرمجموعه بودن رو متوجه میشوید!

\in علامت عضویت است، اگر بنویسیم: $x \in A$ یعنی x یکی از اعضای مجموعه A است.
 \subseteq علامت زیرمجموعه بودن است اگر بنویسیم: $B \subseteq A$ یعنی هر عضو B عضوی از A هم است.

نکته:

\emptyset زیرمجموعه هر مجموعه‌ای است.

پاسخ تشریحی:

مجموعه A دارای ۳ عضو است، آن‌ها را مرتب و شماره‌گذاری می‌کنیم. عضو اول: \emptyset ، عضو دوم: $\{\emptyset\}$ و عضو سوم: $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ است.

بررسی موارد:

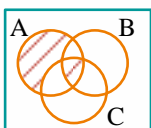
- الف: درست است، \emptyset عضو اول A است. ✓
 ب: درست است، \emptyset زیرمجموعه هر مجموعه‌ای است. ✓
 ج: درست است، $\{\emptyset\}$ یک مجموعه یک عضوی است که تنها عضو آن \emptyset است که عضو A هم هست، پس $\{\emptyset\}$ زیرمجموعه A است. ✓
 د: درست است، $\{\emptyset\}$ عضو دوم A است. ✓
 ه: درست است، $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ عضو سوم A است. ✓
 و: درست است، $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ دارای دو عضو است که عبارتند از \emptyset و $\{\emptyset\}$ که عضو اول و دوم A هستند، پس $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ زیرمجموعه A است. ✓

گروه آموزشی ماز

۳۷- اگر مجموعه مرجع، اعداد طبیعی یک رقمی و $A = \{1, 2, 3, 5, 8\}$ و $B = \{1, 2, 4, 6, 8\}$ و $C = \{1, 3, 4, 7\}$ باشد، مکمل مجموعه هاشور خورده نمودار زیر

چند عضو دارد؟

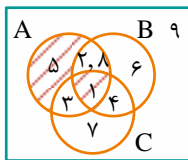
- (۱) ۴
 (۲) ۵
 (۳) ۶
 (۴) ۷



پاسخ: گزینه ۴ (آسان - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

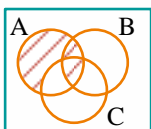
۱ در هر سه مجموعه قرار دارد، ۲ و ۸ فقط در A و B هستند و ۳ فقط در A و C و ۴ فقط در B و C می‌باشند. ۵ فقط در A ، ۶ فقط در B و ۷ فقط در C است و ۹ در هیچ کدام از مجموعه‌های A و B و C نیست، با این ترتیب نمودار ون زیر به دست می‌آید. قسمت هاشور خورده شامل دو عضو ۵ و ۱ است. مکمل آن شامل ۷ عضو دیگر است.



گروه آموزشی ماز

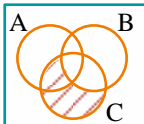
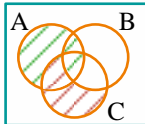
۳۸- نمودار ون مقابل کدام مجموعه را نشان نمی‌دهد؟

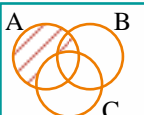
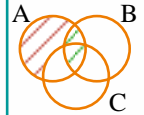
- (۱) $A - (C - B)$
 (۲) $(A - C) \cup (A \cap B)$
 (۳) $(A \cup B) - C$
 (۴) $(B \cup C) \cap A$

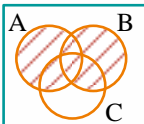
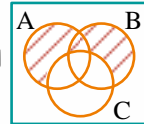


پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

بررسی گزینه‌ها:

۱ در گزینه ۱، نمودار $C - B$ به صورت  و $A - (C - B)$  قسمتی است که هاشور قرمز نخورده است ولی هاشور سبز خورده است، یعنی همان صورت سوال می‌باشد.

۲ در گزینه ۲، نمودار $A - C$ به صورت  است. اجتماع آن با $A \cap B$ به صورت ، کل ناحیه هاشور خورده همان نمودار صورت سوال است.

۳ در گزینه ۳، نمودار $A \cup B$ به صورت  و نمودار $(A \cup B) - C$ به صورت  است که با نمودار صورت سوال برابر نیست. در گزینه ۴:

$$(B \cup C) \cap A = A - (B \cup C)' = A - (B' \cap C) = A - (C - B)$$

که همان گزینه ۱ است.

گروه آموزشی ماز

۳۹- مکمل مجموعه $(A - B) \cup (B - A)$ کدام مجموعه است؟


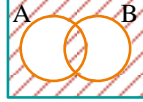
- (۱) $(A' - B') \cap (B' - A')$
 (۲) $(A' \cup B) - (A' \cap B)$
 (۳) $(A' \cap B') - (A' \cup B')$
 (۴) $(A' - B) \cap (B' - A)$




پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

اینم به فوت کوزه‌گری خدمت شما!

گرچه نمودار ون اثبات درستی مجموعه‌ها به حساب نمی‌آید، اما در حل بسیاری از تست‌ها راه‌گشا است.

پاسخ شگفتی:

نمودار $(A - B) \cup (B - A)$ به صورت  است که مکمل آن  است. نمودار ون گزینه ۲ را رسم می‌کنیم:

$A' \cup B =$ 
 $A' \cap B =$ 
 $\Rightarrow (A' \cup B) - (A' \cap B) =$ 

که با نمودار مکمل $(A - B) \cup (B - A)$ هم‌ارز است.

تمرین: نمودار گزینه‌های دیگر را رسم کنید و با نمودار مکمل $(A - B) \cup (B - A)$ مقایسه کنید.

گروه آموزشی ماز

۴۰- چند سطر از جدول درستی گزاره $(p \Leftrightarrow (q \Leftrightarrow r)) \Leftrightarrow ((p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow r)$ درست است؟

- ۱ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۸ (۴)

پاسخ: گزینه ۴ (سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

این دو تا نکته هم از این نکات جذابند!

نکته ۱:

ارزش گزاره $p \Leftrightarrow q$ زمانی درست است که p و q هم‌ارزش باشند.

نکته ۲:

$(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow r \equiv p \Leftrightarrow (q \Leftrightarrow r)$ ، یعنی: دارای خاصیت شرکت‌پذیری است.

$$(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow r \equiv p \Leftrightarrow (q \Leftrightarrow r)$$

طبق نکته ۲ درسنامه،

$$((p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow r) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow (q \Leftrightarrow r))$$

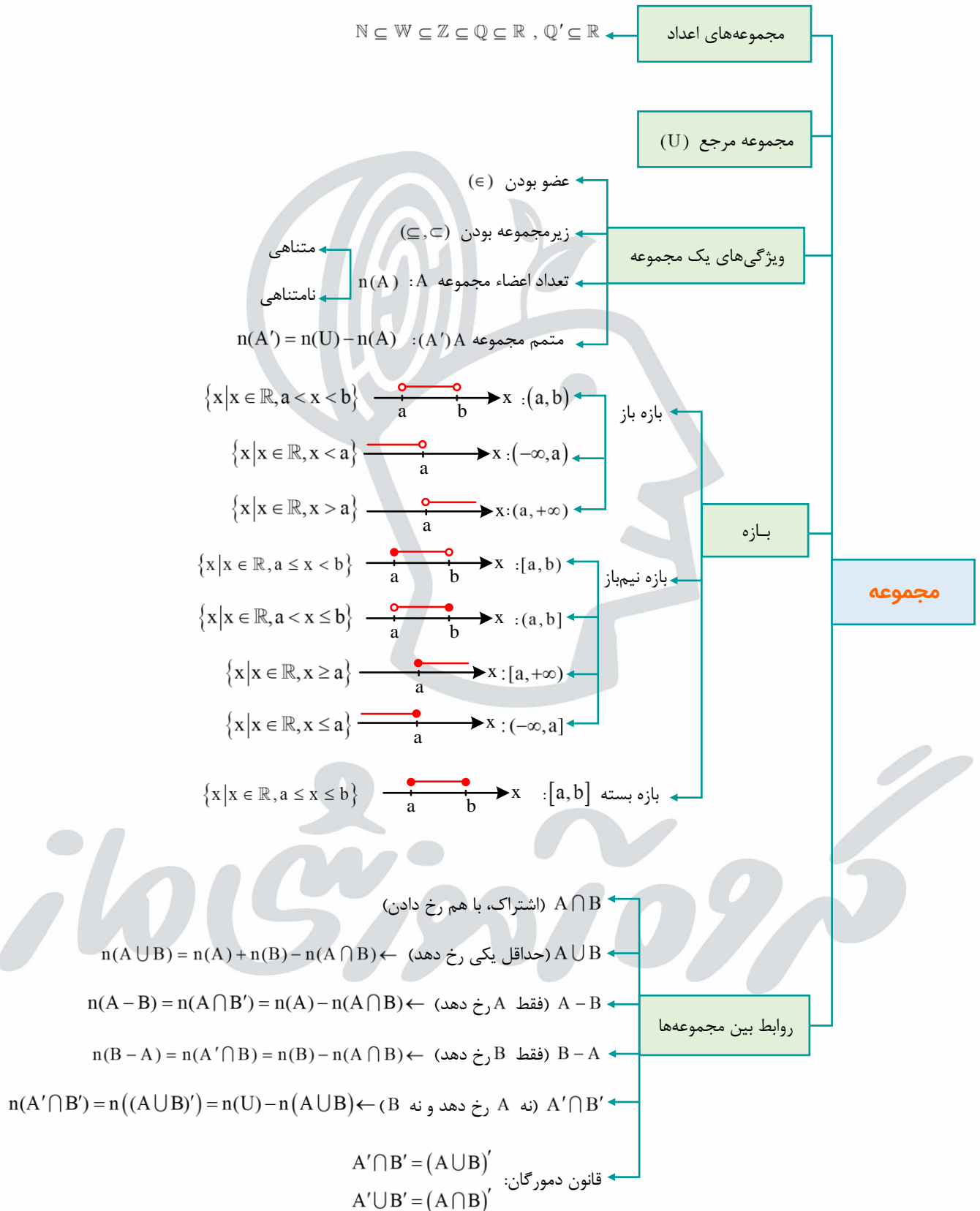
طبق نکته ۱ درسنامه، با توجه به هم‌ارز بودن $(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow r$ و $p \Leftrightarrow (q \Leftrightarrow r)$ ، پس:

همواره درست. جدول ارزش این گزاره با توجه به اینکه از ۳ گزاره ساده p و q و r تشکیل شده است، ۸ سطر دارد که همه آن‌ها درست هستند.

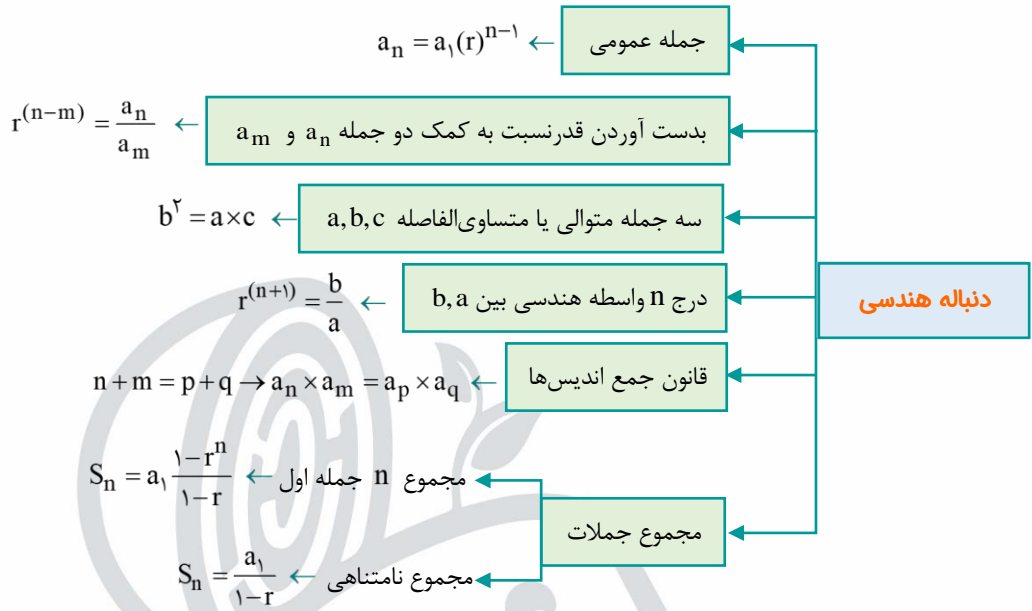
● — گروه آموزشی ماز — ●

جمع بندی سریع

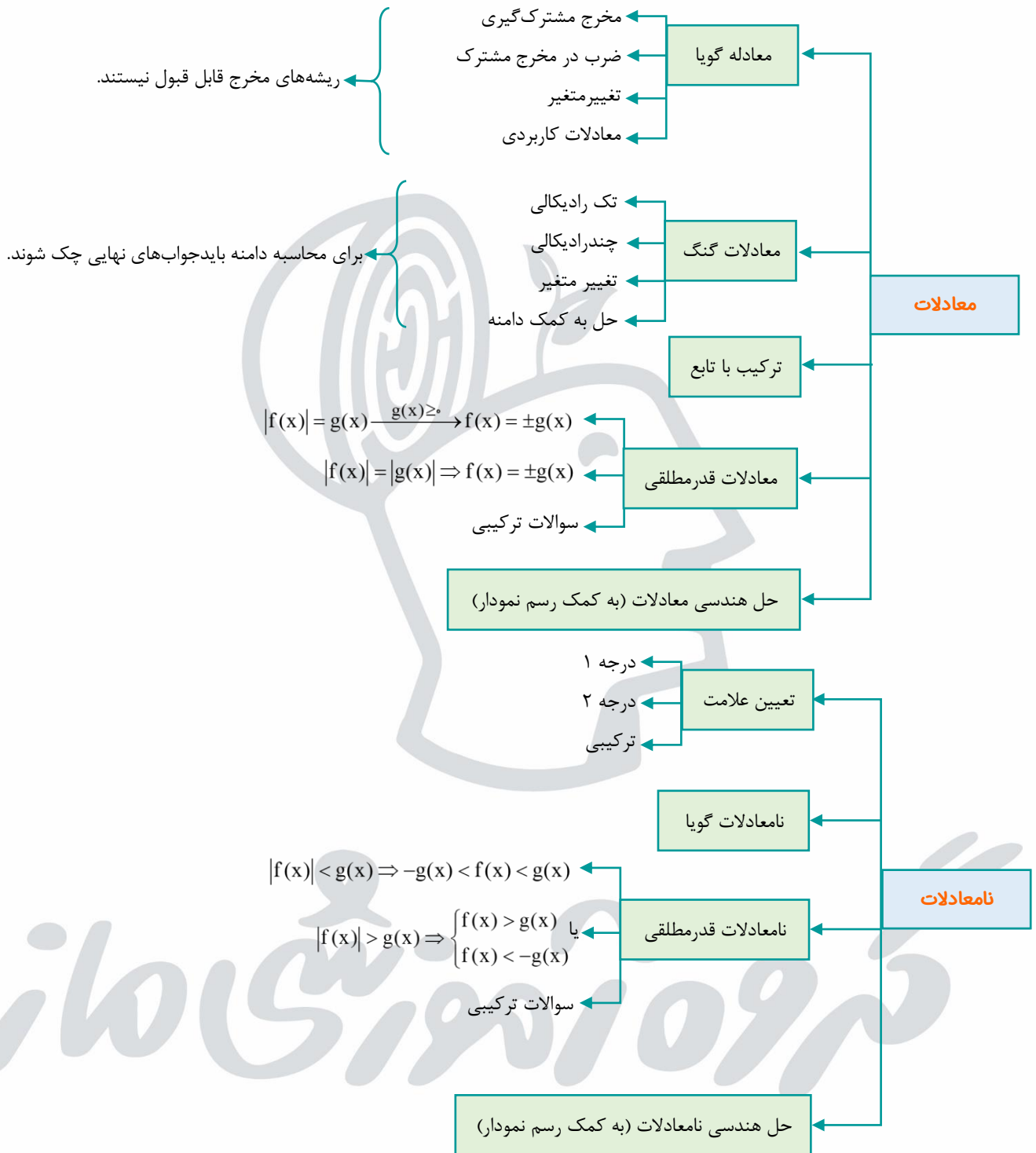
فب فسته نباشید! حالا بریم کل مباحث این آزمون رو به شکل نمودار درختی مرور کنیم تا به نقشه ذهنی فوب از این مباحث توی ذهنتون شکل بگیره!

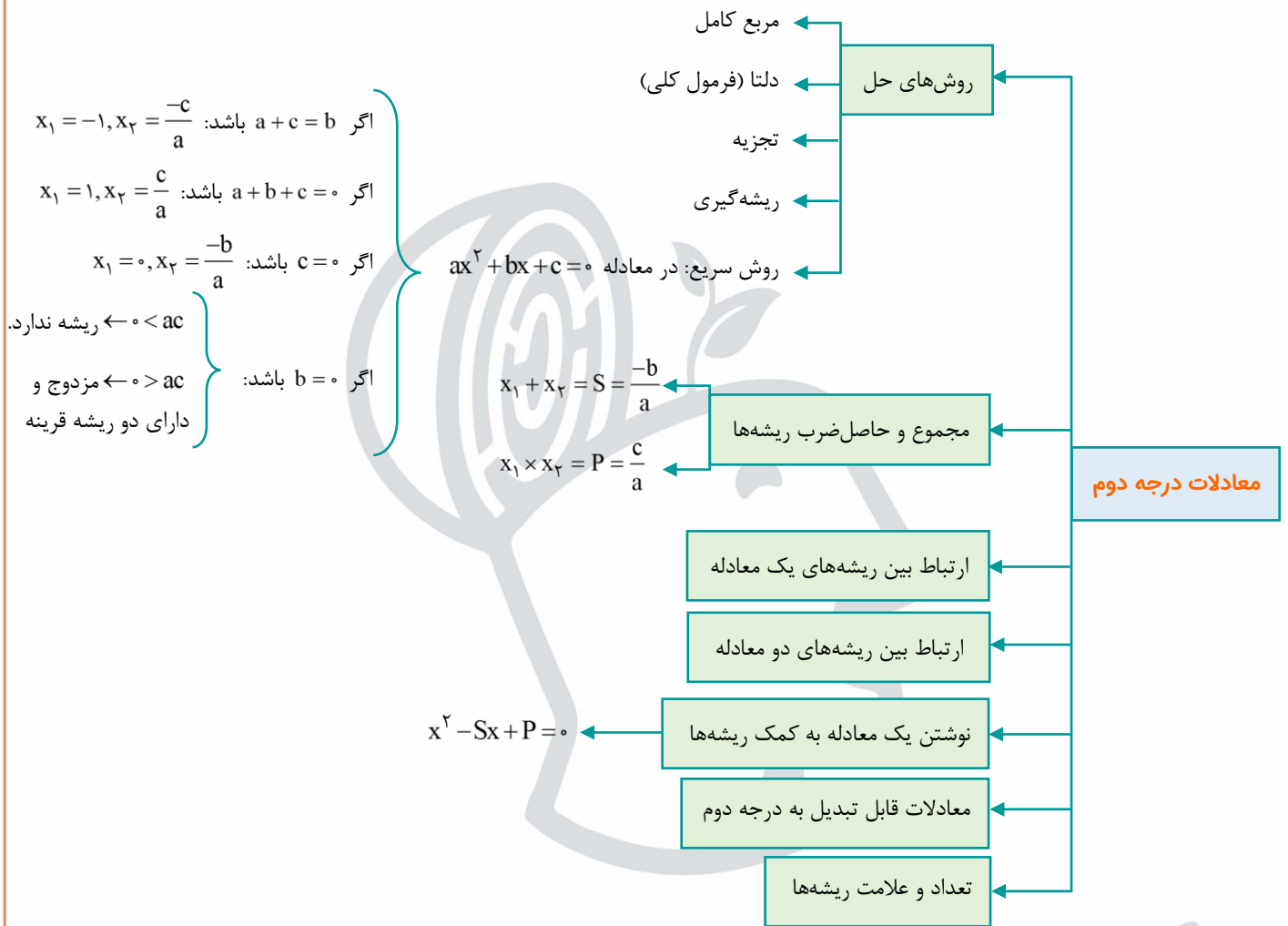


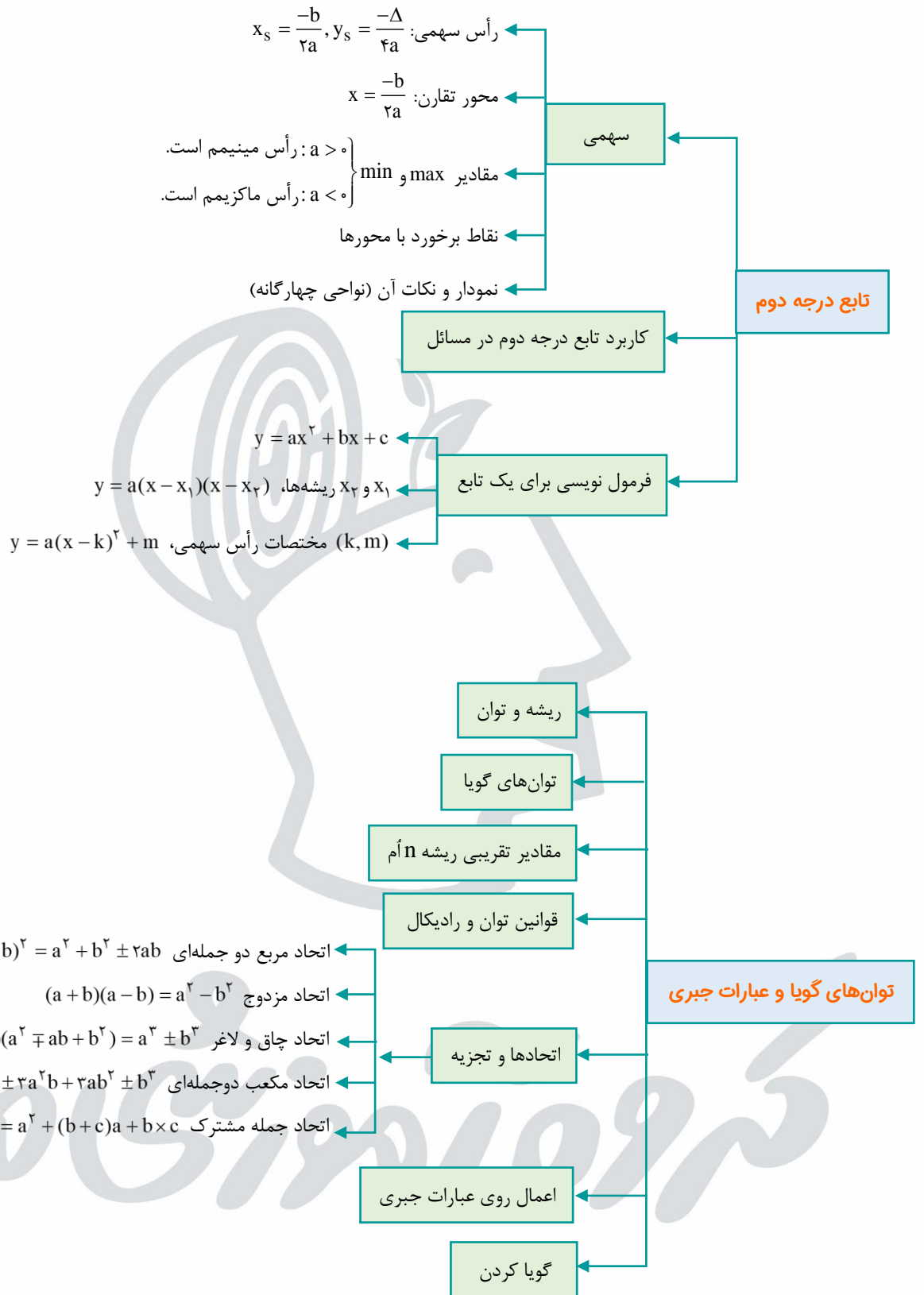




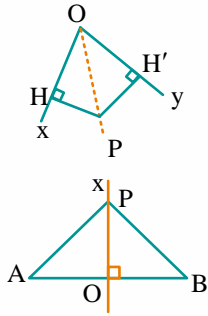
گروه آموزشی ساز







مجموعه نقاطی که فاصله‌شان از نقطه O برابر k است، برابر است با دایره‌ای به مرکز O و شعاع k.



در زاویه $x\hat{O}y$ داریم: $OP \perp AB \Rightarrow PH = PH'$ نیمساز

$AP = BP \Leftrightarrow Ox$ عمود منصف AB

ترسیم هندسی

استدلال

استدلال استقرایی لزوماً صحیح است.

استدلال استنتاجی قطعاً صحیح است.

برهان خلف استدلال غیرمستقیم

مثال نقض رد کردن یک حکم کلی

قضیه و عکس قضیه: $p \Rightarrow q$ عکس قضیه: $q \Rightarrow p$

قضیه دوشروطی $p \Leftrightarrow q$

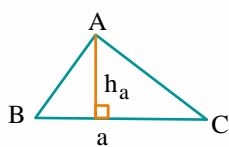
در هر مثلث، اگر دو زاویه نابرابر باشند، ضلع روبه‌رو به زاویه بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از ضلع روبه‌رو به زاویه کوچک‌تر.

از یک نقطه خارج یک خط، فقط یک خط به موازات آن می‌توان رسم کرد.

از یک نقطه خارج یک خط، فقط یک خط عمود بر آن می‌توان رسم کرد.

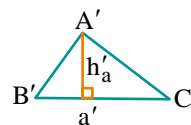
از یک نقطه روی یک خط، فقط یک خط عمود بر آن می‌توان رسم کرد.

استدلال‌های کتاب درسی



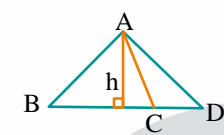
$\frac{a}{b} = \frac{h_b}{h_a}$

در مثلث $\triangle ABC$ داریم:



$\frac{S_{\triangle A'B'C'}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{a'h'_a}{ah_a}$

در مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle A'B'C'$ داریم:



$\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{CD}{BC}$

ارتفاع مشترک

تناسب

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$: طرفین وسطین

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$: معکوس کردن

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{d}{b} = \frac{c}{a}$: تعویض

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

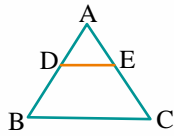
$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$: ترکیب در صورت یا مخرج

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{b-a} = \frac{c}{d-c}$: تفضیل در صورت یا مخرج

ویژگی‌های تناسب

گروه آموزشی ساز



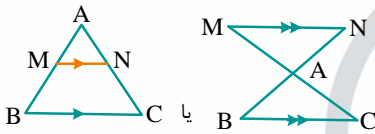
$$DE \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

$$DE \parallel BC \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

تالس و تعمیم آن

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow DE \parallel BC \quad (\text{شکل بالایی})$$

عکس تالس



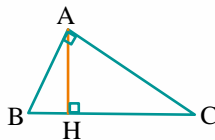
$$MN \parallel BC \Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC$$

قضیه اساسی تشابه

تالس و تشابه

حالات تشابه

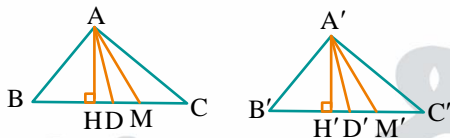
- ز ز
- ز ض ز
- ض ض ض



$$(\hat{A} = 90^\circ, \triangle ABC)$$

مثلث قائم الزاویه

- ۱) $AB^2 + AC^2 = BC^2$
- ۲) $AB^2 = BH \cdot BC$
- ۳) $AC^2 = CH \cdot BC$
- ۴) $AH^2 = BH \cdot CH$
- ۵) $AH \cdot BC = AB \cdot AC$



نسبت‌ها در تشابه

$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C' \Rightarrow \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} = k$$

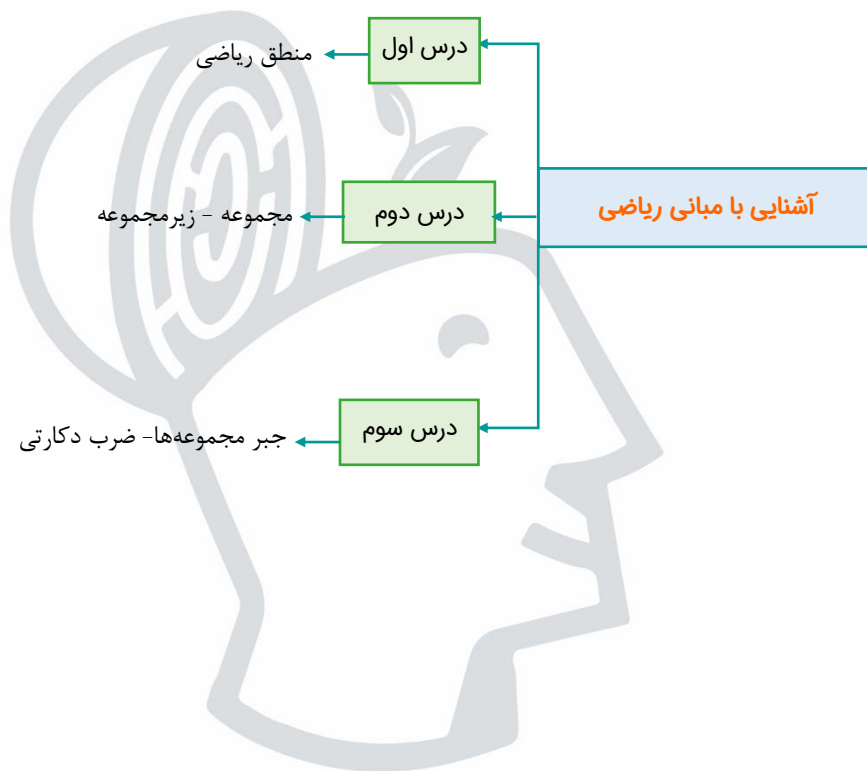
$$1) \frac{A'B'C'}{P_{\triangle ABC}} = k \quad (\text{محیط}) \quad 2) \frac{A'H'}{AH} = k \quad (\text{ارتفاع})$$

$$3) \frac{A'D'}{AD} = k \quad (\text{نیمساز}) \quad 4) \frac{A'M'}{AM} = k \quad (\text{میانۀ})$$

$$5) \frac{A'B'C'}{S_{\triangle ABC}} = k^2 \quad (\text{مساحت})$$

نسبت محیط‌ها = k
نسبت مساحت‌ها = k²
نسبت تشابه = k

دو مثلث منتظم همواره متشابه‌اند.



گروه آموزشی سازه

منطق ریاضی

p	q	$p \vee q$
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	ن

ترکیب فصلی

p	q	$p \wedge q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	ن

ترکیب عطفی

p	q	$p \rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	ن	د

ترکیب شرطی

p	q	$p \leftrightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	د

ترکیب دوشرطی

p	$\sim p$
د	ن
ن	د

مفهوم نقیض

جبر گزاره

با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها

$A \cup B = p \vee q$, $A \cap B = p \wedge q$

مثل دمورگان: $\sim(p \vee q) \equiv (\sim p \wedge \sim q)$

هم‌ارزی مهم: $p \Rightarrow q \equiv (\sim p \vee q)$

قوانین جذب: $p \wedge (p \vee q) \equiv p$

$p \wedge (p \wedge q) \equiv p \wedge q$

$p \vee (p \vee q) \equiv p \vee q$

$p \vee (p \wedge q) \equiv p$

ویژگی عکس نقیض:

$p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$

$\sim(p \Leftrightarrow q) \equiv p \Leftrightarrow \sim q \equiv \sim p \Leftrightarrow q$

توجه ویژه به قوانین جبر مجموعه‌ها و شبیه‌سازی

پیدا کردن ارزش یک گزاره ترکیبی

(D) دامنه متغیر: مجموعه مقداری که می‌توان به جای متغیر قرار داد تا گزاره‌نما به گزاره درست یا نادرست بشه

(S): مجموعه جواب: مجموعه مقداری که می‌توان به جای متغیر قرار داد تا گزاره‌نما تبدیل به یک گزاره درست بشه

$S \subset D$

گزاره‌نما

عباراتی مانند (به ازای هر) یا (وجود دارد) هستند که قبل از گزاره‌نما قرار می‌گیرند و آن را تبدیل به یک گزاره درست یا نادرست می‌کنند.

سورها

\forall : سور عمومی: بخوانید (به ازای هر)

\exists : سور وجودی: بخوانید (وجود دارد)

در سور عمومی ارزش سور وقتی درست که گزاره‌نما به ازای تمامی مقادیر درست باشد و در غیر این صورت نادرست است.

در سور وجودی ارزش سور وقتی درست که به ازای حداقل یک مقدار از دامنه تغییرات گزاره‌نما درست باشد و چنان چه به ازای هیچ مقداری درست نباشد، نادرست است.

ارزش گزاره‌های شامل سور

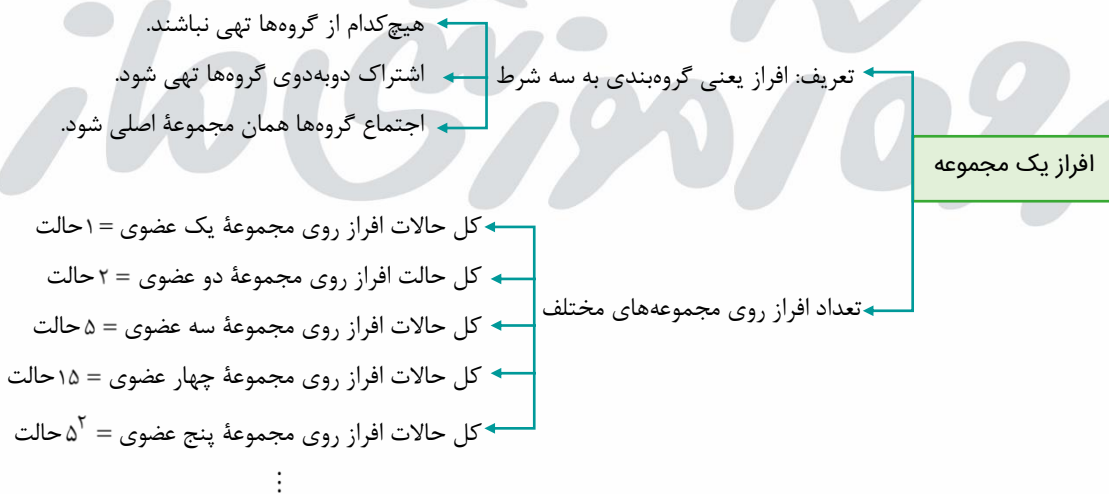
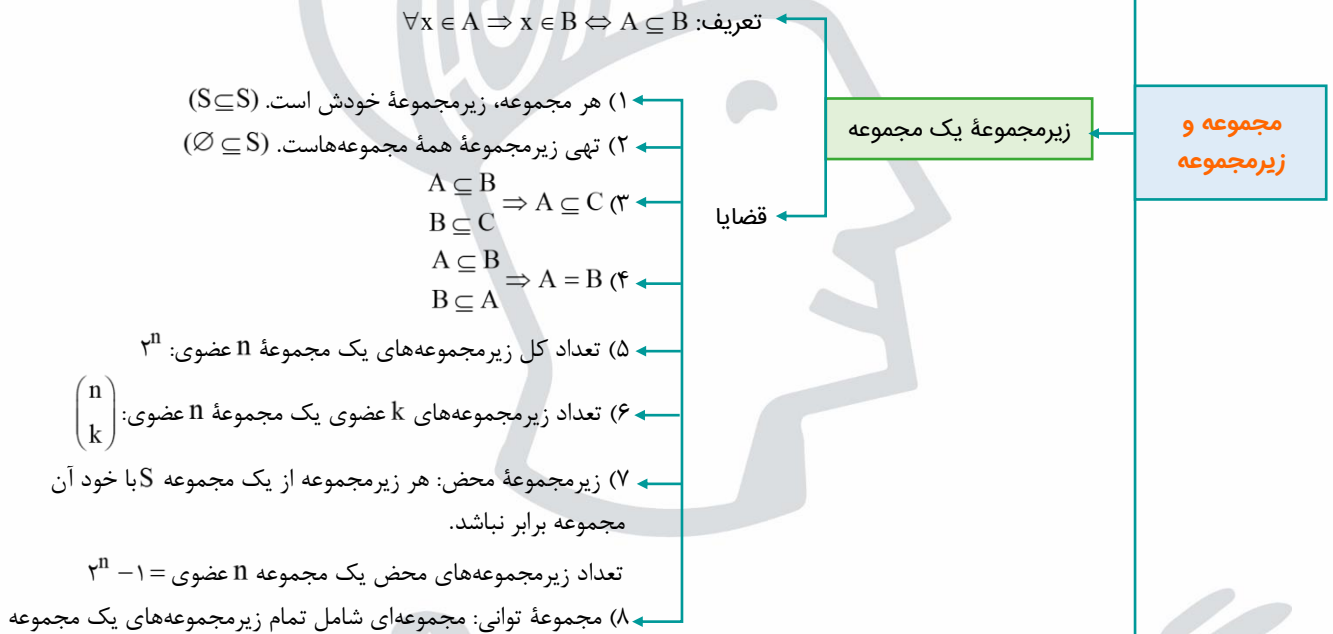
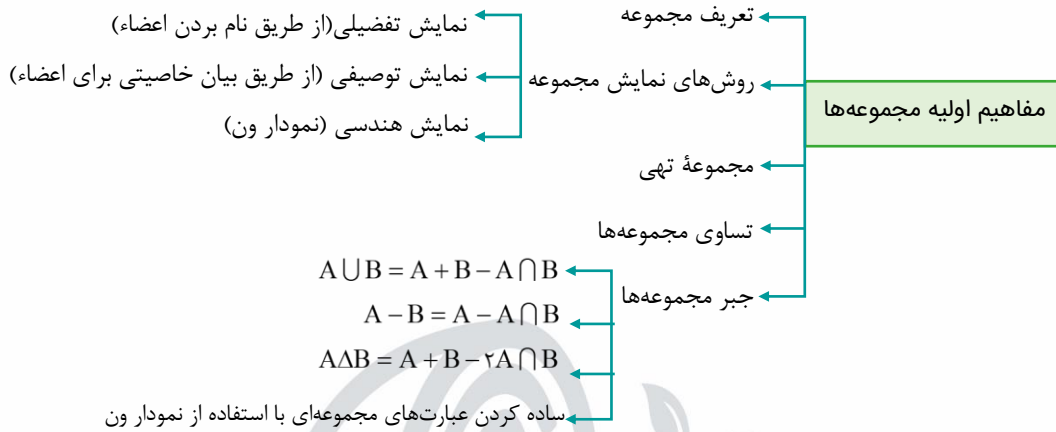
نقیض گزاره‌های شامل سور

$\sim(\forall x : p(x)) \equiv \exists x : \sim p(x)$

* $p(x)$: گزاره (نما)

$\sim(\exists x : p(x)) \equiv \forall x : \sim p(x)$

تذکره: در نقیض کردن گزاره‌های شامل سور دست به دامنه نزن!



$$A \times B = \{(x, y) | x \in A \wedge y \in B\}$$

تعریف

$$n(A \times B) = n(B \times A) = n(A) \times n(B) , n(A \times A) = n(A)^2$$

$$A \times \emptyset = \emptyset \times A = \emptyset$$

$$A \times B = \emptyset \Rightarrow A = \emptyset \vee B = \emptyset$$

$$A \times B = B \times A \Rightarrow A = \emptyset \vee B = \emptyset \vee A = B$$

$$A \times B = A \times C \Rightarrow A = \emptyset \vee B = C$$

$$A \times B = C \times D \wedge A, B, C, D \neq \emptyset \Rightarrow A = C \wedge B = D$$

$$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$$

$$A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$$

ویژگی‌ها

ضرب دکارتی

A و B هر دو گسسته $\Leftarrow A \times B$ چندین نقطه

A و B هر دو پیوسته $\Leftarrow A \times B$ سطح یک مستطیل

A گسسته و B پیوسته $\Leftarrow A \times B$ چند خط موازی محور y ها

A پیوسته و B گسسته $\Leftarrow A \times B$ چند خط موازی محور x ها

حواست به باز یا بسته بودن بازه‌ها و یا نامتناهی بودن بازه‌ها باشه

